

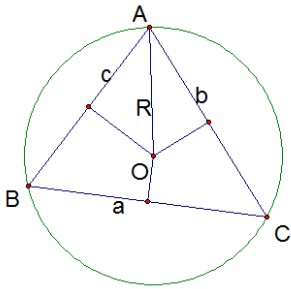
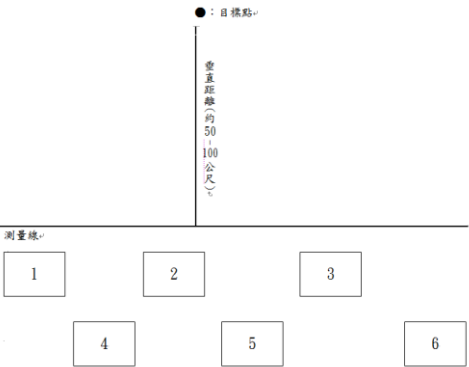
# 「岸際測距」教案設計

## 壹、教案設計

教學主題	岸際測距	適用年級	高二
適用科目	高中數學	使用節數	2 節
設計者	蔡鳳賢 老師	所屬學校	國花蓮女子高級中學
設計理念	<p>台灣四面環海，漁業資源豐富，海岸線上更是沙、岩岸交替更迭，生態變化豐富；因此發展出許多近岸活動，例如磯釣、船釣、賞鯨、浮潛、衝浪等各式各樣的活動。</p> <p>在這些活動過程中，人們藉著材料科技、數位化電子科技，逐步向海洋深處發展，人們藉著知識與工具逐步征服海洋，並取得許多豐碩的成果，例如東港的黑鮪魚季、海上鑽油平台等；但是，我們想問一個問題，拋開這些高科技工具，當我們面對海洋時，是否就如同手無縛雞之力的嬰孩，等待大自然無情的宰割呢？</p> <p>所以，本篇教案主要是教導學生如何利用手邊簡易的工具，測量海上目標物與觀測者的距離，以期在近岸海難發生或搜尋海域時，能提供有效資訊，其理念架構圖如下：</p> <div style="text-align: center;"> <pre> graph LR     A[岸際測距] --- B[室內課程 (說明理論)]     A --- C[室外課程(一) (講解操作過程)]     A --- D[室外課程(二) (學生實際測距)]     B --- E[三角函數值表]     B --- F[正弦定理]     C --- G[講解學習單]     C --- H[分組]     D --- I[分組實際測距]     D --- J[驗算測量結果]     D --- K[實際測量距離]     </pre> </div>		
建構教學目標	能力指標		教學目標
	學習領域 能力指標	海洋教育 能力指標	(由「設計理念」結合「能力指標」而形成)
	三角函數值表 1-1 三角函數值表	4-5-4 瞭解各種海洋探勘方法，如測	認知方面 1-1-1 瞭解三角函數值表及對

	<p>1-2 內插法  <b>正弦定理</b>  2-1 三角形的外接圓  2-2 正弦定理與三角形的外接圓  <b>實際測量</b>  3-1 簡易測量工具(例如：手錶)  3-2 精確測量工具(例如：分度規)  3-3 正弦定理與距離  3-4 測距結果與誤差</p>	<p>量海水深度、地形結構、地質</p>	<p>應三角函數值 (1-1)  1-2-1 瞭解內插法的定義 (1-1、1-2)  2-1-1 瞭解三角形的外接圓 (2-1)  2-2-1 瞭解正弦定理 (2-2)</p> <p><b>情意方面</b>  3-2-3 樂於使用簡易測量工具估算角度 (3-1、海洋教育指標 4-5-4)  3-2-4 樂於使用精確工具測量角度 (3-2、海洋教育指標 4-5-4)</p> <p><b>技能方面</b>  1-1-5 能應用三角函數值表 (1-1)  1-2-2 能應用內插法估計未知的三角函數的近似值 (1-1、1-2)  2-2-2 能應用正弦定理計算三角形各邊邊長 (2-1、2-2)  3-1-1 能應用簡易測量工具估算角度 (3-1、海洋教育指標 4-5-4)  3-2-1 能使用精確工具測量角度 (3-2、海洋教育指標 4-5-4)  3-3-1 能應用正弦定理及測量角度計算觀測站與目標點之距離 (3-3、海洋教育指標 4-5-4)  3-3-2 能比較簡易測量工具與精確測量工具之間的誤差 (3-3、海洋教育指標 4-5-4)  3-4-1 能比較計算結果與實際</p>
--	--	----------------------	---

			距離之誤差 (3-4、海洋教育指標 4-5-4)		
學生能力分析	1. 學生主要來自花蓮市及附近鄉鎮(如新城鄉、吉安鄉、壽豐鄉)，在過去的生活經驗中，大部分都曾經參與過海上活動，例如賞鯨、船釣、海濱戲水，甚至部分學生參加過最近新興的海上活動—海上泛舟，對於海上測距必定存在疑惑。 2. 學生多以第一志願進入花蓮女中，國中在校成績優良，歸納、表達判斷能力佳。 3. 數學理論屬於幾何圖形及其性質，大部分內容具體實際，少部分抽象思考，學生的足以學習。				
教材來源	1. 高中數學課程綱要(99)第三冊 1-3 正弦定理、餘弦定理及 1-5 三角測量 (龍騰版高中數學第三冊) 2. 自編學習單				
教學準備	1. 教室資源：黑板、粉筆、投影布幕、投影機、電腦 2. 室外課資源：100m 皮尺、桌子(各組一張)、手錶及分度規(各組一份) 3. 室外課場地：100m × 50m 場地一式				
對應教學目標	教學活動	時間	教學資源	教學評量	
1-1-1 1-1-5 1-2-1 1-2-2 2-1-1 2-2-1 2-2-2	一、引起動機 1. 小遊戲：觀看相片，請同學估計相片中的目標物距岸大約幾公尺？並請同學寫下估計距離，然後揭曉答案。 2. 提問：詢問答案最接近的三位同學如何估計距離。 二、實際授課 1. 介紹三角函數值表： (1)講授三角函數值表的查詢方式。 (2)講授使用內插法計算三角函數值。 2. 正弦定理： (1)介紹利用中垂線尋找三角形的外接圓。	50分鐘	課本 簡報 電腦 投影機	口頭評量 紙筆測驗	

	 <p>(2)由三角形面積推導正弦定理的第一部份。</p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ <p>(3)分別討論銳角、直角及鈍角所對應的</p> $\frac{a}{\sin A} = 2R (R \text{ 為外接圓半徑})$ <p>(4)提供例題說明，並利用數學軟體驗證。</p> <p>(5)提供例題請學生練習，熟悉三角函數值表及正弦定理。</p> <p>3. 例題：如例題 1</p>			
<p>對應教學目標</p>	<p>教學活動</p>	<p>時間</p>	<p>教學資源</p>	<p>教學評量</p>
<p>3-1-1 3-2-1 3-2-3 3-2-4 3-3-1 3-3-2 3-4-1</p>	<p>1. 室外課程的場地規劃：</p>  <p>2. 介紹測量工具</p> <p>(1)簡易測量工具：手錶</p> <p>(2)較精確測量工具：分度規</p>	<p>50分鐘</p>	<p>100m×50m 場地一式、100m 皮尺、桌子手錶分度規學習單</p>	<p>口頭評量、上課態度、學習單評量</p>

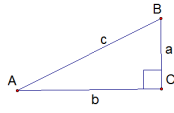
	<p>3. 說明如何使用學習單</p> <p>4. 分組：每組 5-8 人，分為 6 組。 組內工作分配如下</p> <p>(1)組長：負責分配工作、收集測量數據及監督計算結果。</p> <p>(2)測量角度人員：至少 2 名。</p> <p>(3)測量距離人員：2 名。</p> <p>(4)其餘組員：支援及計算測量結果。</p> <p>※ 每組所需工具：</p> <p>(1)紙、筆及學習單</p> <p>(2)桌子x2</p> <p>(3)指針式手錶x2</p> <p>(4)分度規x2</p> <p>(5)測量皮尺(100m) x1</p> <p>(6)計算機x1</p> <p>(7)三角函數值表x1</p> <p>5. 抽籤：決定各組測量點</p> <p>(1)各組達測量點後依學習單內容開始測量角度。</p> <p>(2)依測量角度及三角函數值表計算觀測站與目標點距離。</p> <p>6. 完成四次測量後將計算結果填寫於學習單。</p> <p>(1)教師利用電腦驗算結果。</p> <p>(2)誤差大於 10 公尺以上請同學重新測量。</p> <p>7. 四次測量結果皆小於 10 公尺之組別</p> <p>(1)請回測量點實際測量目標點與測量點之距離。</p> <p>(2)將所有數據填入學習單之「測量比較結果表」。</p> <p>(3)實施各組「問題與討論」。</p>			
--	--	--	--	--

	<p>8. 集合</p> <ul style="list-style-type: none"><li>(1)各組回報討論結果。</li><li>(2)實施綜合討論及回饋。</li></ul> <p>9. 回收學習單，課程結束。</p>			
--	---	--	--	--

## 貳、教學簡報檔

### 一、三角函數的定義

- 1、三角形的邊角關係  
 $\angle A$ 的對邊為 $a$ ，  
 $\angle B$ 的對邊為 $b$ ，  
 $\angle C$ 的對邊為 $c$ ，其中  
 $\angle C=90^\circ$



- 2、三角函數的定義：

$$\sin A = \frac{a}{c} \quad , \quad \cos A = \frac{b}{c} \quad , \quad \tan A = \frac{a}{b}$$

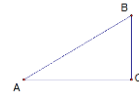
1

### 二、特殊三角函數值(30°-60°-90°)

- 1、30°-60°-90°直角三角形的邊角關係

$$\angle A=30^\circ \quad , \quad \angle B=60^\circ \quad , \quad \angle C=90^\circ$$

$$\text{則 } \overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2$$



- 2、由三角函數的定義得

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

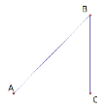
2

### 二、特殊三角函數值(45°-45°-90°)

- 1、45°-45°-90°直角三角形的邊角關係

$$\angle A=45^\circ \quad , \quad \angle B=45^\circ \quad , \quad \angle C=90^\circ$$

$$\text{則 } \overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$$



- 2、由三角函數的定義得

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \tan 45^\circ = 1$$

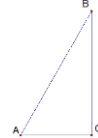
3

### 二、特殊三角函數值(60°-30°-90°)

- 1、60°-30°-90°直角三角形的邊角關係

$$\angle A=60^\circ \quad , \quad \angle B=30^\circ \quad , \quad \angle C=90^\circ$$

$$\text{則 } \overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = \sqrt{3} : 1 : 2$$



- 2、由三角函數的定義得

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad , \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

4

### 三、三角函數值表

- 1、三角函數值表

(1)單位換算：

$$1^\circ(\text{度})=60'(\text{分}) \quad , \quad 1'(\text{分})=60''(\text{秒})$$

(2)查詢方法：左下、右上

左下：左邊的角度對應上方三角函數值

右下：右邊的角度對應下方三角函數值

5

### 三、三角函數值表-左下

要查  $\tan 35^\circ 10'$  的值，可先在最左邊一行找到  $35^\circ 10'$ ，再在最上面一列找出  $\tan$ ，然後在  $35^\circ 10'$  所在之橫列與  $\tan$  所在之直行找到一數.7046，如下表所示，即得  $\tan 35^\circ 10' = 0.7046$ 。

角度	sin	cos	tan	cot	sec	csc	
∴							∴
35°00'							55°00'
10'			→ .7046				50'
20'							40'
∴							∴

6

### 三、三角函數值表-右上

要查  $\cos 59^\circ 40'$  的值，可先在最右邊一行找到  $59^\circ 40'$ ，再在最下面一列找到  $\cos$ ，然後循下表中箭頭所示方向，找到 .5050，即得  $\cos 59^\circ 40' = 0.5050$ 。

∴							∴
30°00'							60°00'
10'							50'
20'							40'
30'		.5050					30'
40'							20'
50'							10'
31°00'							59°00'
∴							∴
	cos	sin	cot	tan	csc	sec	角度

7

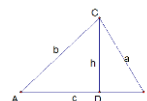
### 四、正弦定理-三角形面積

如右圖，

$\angle A$  的對邊為  $a$ ， $\angle B$  的對邊為  $b$ ，

$\angle C$  的對邊為  $c$ ，其中  $CD$  垂直  $AB$  (即  $CD$  為  $AB$  邊上的高)，由三角函數的定義知

$$\overline{CD} = \overline{AC} \cdot \sin A$$

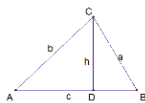


8

### 四、正弦定理-三角形面積

所以  $\triangle ABC$  的面積為

$$\frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$$



9

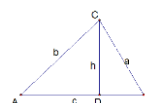
### 四、正弦定理-三角形面積

同理可推得  $\triangle ABC$  的面積為

$$\frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C$$

上式同除  $(1/2)abc$  即可得

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



10

### 五、例題

例題：設在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle B = 45^\circ$

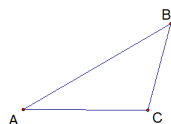
$\overline{AB} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ，則  $\overline{BC} = ?$   $\overline{AC} = ?$

如右圖，因為  $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle B = 45^\circ$

，所以  $\angle C = 105^\circ$

所以，由正弦定理

$$\frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} = \frac{\overline{AB}}{\sin C}$$



11

### 五、例題

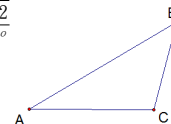
例題：設在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle B = 45^\circ$

$\overline{AB} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ，則  $\overline{BC} = ?$   $\overline{AC} = ?$

$$\frac{\overline{BC}}{\sin 30^\circ} = \frac{\overline{AC}}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ}$$

$$\text{即 } \frac{\overline{BC}}{\frac{1}{2}} = \frac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = 4$$

得  $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{AC} = 2\sqrt{2}$



12



參、學生學習單

「岸際測距」學習單

國 立 花 蓮 女 子 高 級 中 學  
海 洋 教 育 融 入 數 學  
學 習 單

指導老師：\_\_\_\_\_

日期：\_\_\_\_\_

地點：\_\_\_\_\_

班級：\_\_\_\_\_

組別：\_\_\_\_\_

組長：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

第一次測距，使用工具：\_\_\_\_\_（本次測距兩觀測點需小於  
30 公尺）

第一角：\_\_\_\_\_、第二角：\_\_\_\_\_、兩觀測點距：

\_\_\_\_\_

計算結果：\_\_\_\_\_、驗算結果：\_\_\_\_\_

第二次測距，使用工具：\_\_\_\_\_（本次測距兩觀測點需大於  
40 公尺）

第一角：\_\_\_\_\_、第二角：\_\_\_\_\_、兩觀測點距：  
\_\_\_\_\_

計算結果：\_\_\_\_\_、驗算結果：\_\_\_\_\_

第三次測距，使用工具：\_\_\_\_\_（本次測距兩觀測點需小於  
30 公尺）

第一角：\_\_\_\_\_、第二角：\_\_\_\_\_、兩觀測點距：  
\_\_\_\_\_

計算結果：\_\_\_\_\_、驗算結果：\_\_\_\_\_

第四次測距，使用工具：\_\_\_\_\_（本次測距兩觀測點需大於  
40 公尺）

第一角：\_\_\_\_\_、第二角：\_\_\_\_\_、兩觀測點距：  
\_\_\_\_\_

計算結果：\_\_\_\_\_、驗算結果：\_\_\_\_\_

測量結果比較表

測距次數	使用工具	兩觀測點 距	計算結果	實際距離	誤差
第一次測 距					
第二次測 距					
第三次測 距					
第四次測 距					

## 問題與討論

1、請比較第一、二次測距及第三、四次測距。

(1)請問兩觀測點是否會影響測距誤差？

(2)承上題，如果有影響，請由測距結果說明兩角距及測距誤差之間的關係。

答：

---

---

---

2、請比較一、三次測距及第二、四次測距。

(1)請問哪一種測距工具較為精準？

(2)承上題，你們是否可接受使用手錶作為測量角度的測距工具？

答：

---

---

---

## 肆、學習評量

### 一、學生學習自評表

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

授課教師：\_\_\_\_\_

自評項目	很滿意	滿意	普通	不滿意	待改進
我能透過三角函數值表查閱正弦函數值					
我能使用三角函數值表及內插法計算正弦函數值					
我能找出三角形的外接圓圓心					
我能畫出三角形的外接圓					
我能使用三角形的邊長及夾角求出三角形面積					
我知道應用三角形面積可推導出 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 之關係式					
我知道應用三角形的外接圓可得 $\frac{a}{\sin A} = 2R$ 之結果					
我可以應用三角函數值表及邊長求出三角形未知邊長					
我會應用手錶求出觀測點與目標物之夾角					
我會應用手錶及皮尺之測量資料及正弦定理計算出目標物與觀測點的距離					
我會應用分度規求出觀測點與目標物之夾角					
我會應用分度規及皮尺之測量資料及正弦定理計算出目標物與觀測點的距離					
我能比較兩觀測點距離大小與誤差的關係					

我能比較利用手錶及分度規觀測結果與誤差之間的關係					
--------------------------	--	--	--	--	--

## 二、教師檢核能力指標達成狀況表

自評項目	很滿意	滿意	普通	不滿意	待改進
學生是否能透過三角函數值表查閱正弦函數值					
學生是否能使用三角函數值表及內插法計算正弦函數值					
學生是否能找出三角形的外接圓圓心					
學生是否能畫出三角形的外接圓					
學生是否能使用三角形的邊長及夾角求出三角形面積					
學生是否知道應用三角形面積可推導出 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 之關係式					
學生是否知道應用三角形的外接圓可得 $\frac{a}{\sin A} = 2R$ 之結果					
學生是否可以應用三角函數值表及邊長求出三角形未知邊長					
學生是否會應用手錶求出觀測點與目標物之夾角					
學生是否會應用手錶及皮尺之測量資料及正弦定理計算出目標物與觀測點的距離					
學生是否會應用分度規求出觀測點與目標物之夾角					
學生是否會應用分度規及皮尺之測量資料及正弦定理計算出目標物與觀測點的距離					
學生是否能比較兩觀測點距離大小與誤差的關係					



學生是否能比較利用手錶及分度規觀測結果與誤差之間的關係					
-----------------------------	--	--	--	--	--

### 三、教學省思

高中學生在數學課程中，依課綱分門別類學習代數、函數、數列、離散、幾何、、、等各大數學領域的基礎知識；在實際授課中，常常會有學生問：「老師，這個知識或理論如何應用在生活中？」單純知識的累積難以引發學習動機，在缺乏學習動機的情況下，如何鼓勵學生在將來大學的學習中投入研究數學呢？

所以，本教案在最初設計時，希望同學可以實際操作「數學定理」，不是在乾淨、明亮與充斥著電子設備的電腦教室，而是在實際的野外環境，使用一些簡單的器材，應證所學知識；在本年度承蒙周梅英老師及潘明輝老師的介紹，國家教育研究院葉家棟博士的邀請，參與撰寫有關海洋教育融入數學的教案，在前幾次討論會時，思緒紛飛，腦中想著如何將數學課程內容與海洋教育結合，在蒐集資料的過程中，也發現本人對海洋知識的貧乏，最後決定在計算簡單，具體可操作的高中數學課程，找來找去，也只有「三角函數」符合教案需求！

由於三角函數主要在談論幾何圖形的相關性質，尤其對三角形的討論更加完整，內容包括基礎三角函數、三角函數值表、正弦定理、餘弦定理、廣義三角函數、、、等；而教案內容使用的定理主要是使用正弦定理及餘弦定理；這兩個定理是在高二上學期(每年的9月、10月)講授，講授完後恰好我可以實際依教案教學，真是幸運！既不會耽誤教學進度，又可以加深學生對定理的學習深度，更重要的是數學課終於有室外課，從學生的角度來看，絕對是史無前例；所以，各位應該可以想像學生何等心歡雀躍！在上課心態上何等積極參與！

在編寫教案完成後，首先進行室內課程，複習舊進度-正弦定理；由於在數天前的段考才結束，所以學生對正弦定理非常熟悉，因此，在複習課程，甚至在計算例題時，學生的學習狀況良好；隨後，我開始介紹精確測量工具-分度規及簡易的測量工具-指針式手錶，學生對於使用這項工具的動作與姿勢連結到某部受歡迎的偵探動畫，增添不少上課樂趣；接著，我將學生分組，將教室桌椅排開，在講桌上設立觀測目標，實際請同學操作測量，並請未操作的同學依觀測資料進行計算，最後實際測量距離；大部分的學生依同學觀測所得資料的計算結果相同，但實際測距時有相當大的誤差，同學推論：測量資料不正確，要求換人操作！

幾組同學輪替操作後，計算結果與實際測量結果的誤差縮小，可見得第一組同學應該是在觀察測量角度時未正確使用測量工具，在這過程中，學生也發揮創意，使用教室時鐘取代手錶，更精確的計算角度，甚至兩位觀測學生會利

用觀測工具安排位置，使得兩位學生與觀測目標三點連線形成「正三角形」，這是在設計教案始料未及，足見學生有用心參與。

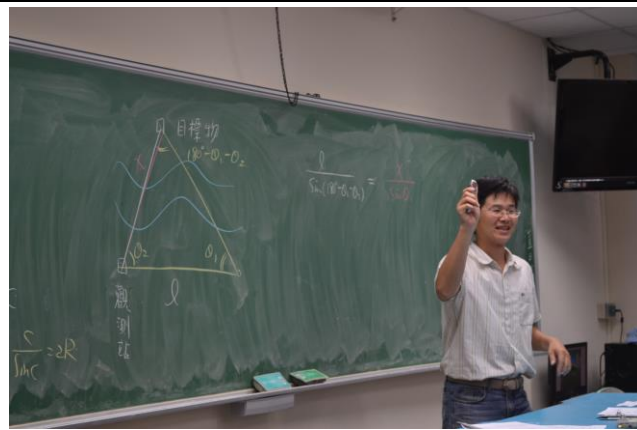
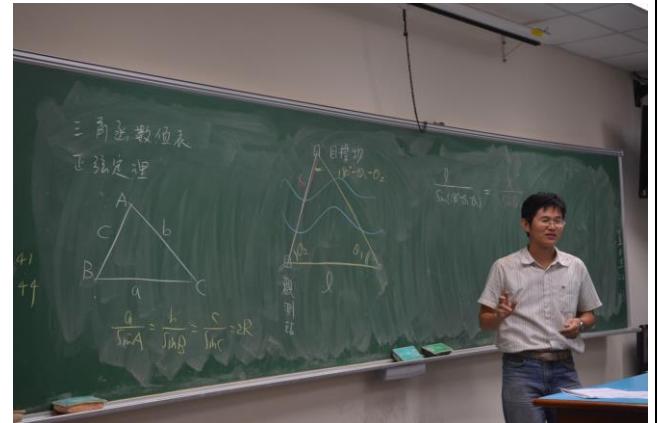
最後，是所有同學期待萬分的室外課，由於花蓮女中後門即為花蓮有名的休閒勝地-北濱公園，學生愉悅的心情伴隨徐徐吹來的海風漸漸浮現在臉上，不同於枯燥的數學課，在這裡學生可以大聲討論不會影響其他班，可以肆意走動不受限制，再加上老師提供的觀測第一有外送飲料的獎勵，這堂課，我想只有親身參與才能體會學生的熱情與競爭！在觀測結束後，學生提供下列回饋：

1. 精確測量工具(分度規)確實比簡易測量工具(指針式手錶)所得的資料正確，誤差也相對較小，但是如果將兩觀測同學與測量目標的距離拉大，誤差就會漸漸縮小。
2. 學生使用機確測量工具(分度規)有幾組產生的測量誤差過大，探究其原因可能是在使用分度規時，無法確定分度規是否平行地面，以至於測量角度不夠精準，建議下次在室外課時可以將測量工具置於桌面觀察角度，減少誤差！
3. 正三角形測量法(學生自行命名，即兩觀測學生及觀測目標三點形成正三角形)是一個非常好的測量方式，只要利用觀測工具找出 $60^\circ$ 的夾角，就可以免除計算上的誤差，只要測量兩觀測同學的距離即可得到答案，也可以得到老師外送飲料的獎勵！

在整個教學過程中，學生提供許多奇思妙想，在過去的的數學教學中，數學老師只會根據題目所提供的數據進行分析、解答；但是，在實際施測的過程中，學生利用正三角形、等腰直角三角形(邊長比 $1:1:\sqrt{2}$ ，角度 $37^\circ-53^\circ-90^\circ$ )或直角三角形(邊長比 $3:4:5$ ，角度 $37^\circ-53^\circ-90^\circ$ )進行測量，甚至不用角度測量工具依然可求得近似距離，比「正弦定理」更為實用，此部分可用於日後教學，以提升學生學習數學的動機。

## 伍、教學活動照片

### 一、實際授課紀錄-室內課





## 二、實際授課紀錄-室外課





## 陸、教學補充資料

### 一、補充資料

此教案設計主要運用正弦定理，求得三角形三邊長，其推導過程的實例說明如下：

#### [例題 1]

設在 $\triangle ABC$  中， $\angle A=30^\circ$ 、 $\angle B=45^\circ$  且  $\overline{AB} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ，則  $\overline{BC} = ?$   $\overline{AC} = ?$

解答

如右圖，因為  $\angle A=30^\circ$ 、 $\angle B=45^\circ$ ，所以

$$\angle C=180^\circ - \angle A - \angle B=105^\circ$$

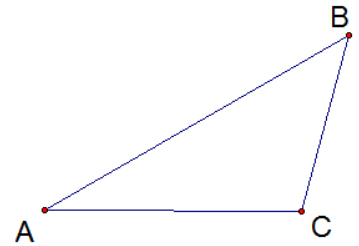
所以，由正弦定理  $\frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} = \frac{\overline{AB}}{\sin C}$

$$\text{得 } \frac{\overline{BC}}{\sin 30^\circ} = \frac{\overline{AC}}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ},$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 105^\circ = \sin(180^\circ - 75^\circ) = \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\text{即 } \frac{\overline{BC}}{\frac{1}{2}} = \frac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = 4, \text{ 所以 } \overline{BC} = 2, \overline{AC} = 2\sqrt{2}$$



### [例題 2]

設在 $\triangle ABC$  中， $\angle A=20^\circ$ 、 $\angle B=50^\circ$  且  $\overline{AB} = 10$ ，則  $\overline{BC} = ?$   $\overline{AC} = ?$

解答

如右圖，因為  $\angle A=20^\circ$ 、 $\angle B=50^\circ$ ，所以

$$\angle C=180^\circ - \angle A - \angle B=110^\circ$$

所以，由正弦定理  $\frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} = \frac{\overline{AB}}{\sin C}$

$$\text{得 } \frac{\overline{BC}}{\sin 20^\circ} = \frac{\overline{AC}}{\sin 50^\circ} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 110^\circ},$$

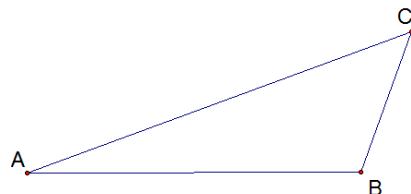
由下列三角函數直表得

$$\sin 20^\circ = 0.342, \sin 50^\circ = 0.766$$

$$\sin 110^\circ = \sin(180^\circ - 70^\circ) = \sin 70^\circ$$

$$\text{即 } \frac{\overline{BC}}{0.342} = \frac{\overline{AC}}{0.766} = \frac{10}{0.9397} = 10.6417$$

$$\text{所以 } \overline{BC} = 3.6395, \overline{AC} = 8.1515$$



## 二、參考資料

普通高級中學 99 課程綱要。

<https://www.sanmin.com.tw/learning/public/data/course/>

高中數學（龍騰版）第三冊。1-3 正弦定理、餘弦定理及 1-5 三角測量。